

تحلیل آزمایشگاهی جریان‌های آشفته در تخلیه مستغرق فاضلاب شور آب شیرین‌کن‌های ساحلی

شیوا غیور^۱، مهدی حمیدی^{۲*}، عزیر عابسی^۳

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، پست الکترونیکی: shiva692014@gmail.com

۲- استادیار، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، پست الکترونیکی: hamidi@nit.ac.ir

۳- استادیار، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، پست الکترونیکی: oabessi@nit.ac.ir

تاریخ پذیرش: ۹۷/۱۲/۲۳

* نویسنده مسوول

تاریخ دریافت: ۹۷/۵/۱۲

چکیده

توسعه آب شیرین‌کن‌های ساحلی طی چند دهه اخیر باعث افزایش تخلیه انواع فاضلاب‌های شور و سنگین در محیط‌های دریایی شده است. به منظور کاهش خسارات زیست محیطی و افزایش ترقیق این پساب‌ها از انواع تخلیه کننده‌های تک مجرای و چند مجرای در حالت مستغرق استفاده می‌گردد. در این پژوهش با شبیه‌سازی فرایند تخلیه در آزمایشگاه رفتار جریان آشفته در حالت تخلیه مستغرق مورب از نازل ۴۵ درجه با کمک تکنیک اسکن لیزری آشکارساز جریان آغشته به فلورسنت مورد تحلیل قرار گرفت. پروفیل غلظت جریان و طیف اضمحلال انرژی جنبشی آشفته‌گی در امتداد مسیر و نیز مقطع زمانی جریان در موقعیت حداکثر ارتفاع جت ترسیم و مورد تفسیر قرار گرفت. پروفیل غلظت، گوسی و دارای رفتار خودهمسان بوده و تطابق آبخار انرژی جنبشی آشفته‌گی با قانون عمومی ۵/۳- کولموگروف به خوبی مشاهده شده است. مقطع زمانی غلظت در نقطه ماکزیمم ارتفاع بیانگر حضور همیشگی بسته‌های جریان در مرکز آن است که این موضوع نشان‌دهنده غلبه رفتار جت مانند در نقطه حداکثر ارتفاع جریان می‌باشد.

کلمات کلیدی: جریان‌های آشفته، پساب با شناوری منفی، جت مستغرق، تخلیه فاضلاب، آب شیرین‌کن.

۱. مقدمه

(فاضلاب‌های سنگین) و شناوری مثبت (فاضلاب‌های سبک) و یا شناوری خنثی شود. نوع فاضلاب تولیدی در آب شیرین‌کن‌های ساحلی وابسته به تکنولوژی مورد استفاده در آن است. فناوری‌های متداول نمک‌زدایی آب دریا که در مقیاس‌های بزرگ مورد استفاده و بهره‌برداری قرار می‌گیرند، شامل روش تقطیر چندگانه (MED)^۱، روش تقطیر چند مرحله‌ای (MSF)^۲ و

توسعه روزافزون شهرهای ساحلی در دنیای امروز سبب تولید احجام بسیار بالایی از انواع فاضلاب‌های صنعتی و خانگی شده است که عمدتاً در محیط دریا تخلیه می‌گردند. فاضلاب‌های شور و بعضاً گرم آب شیرین‌کن‌های ساحلی معمولاً از طریق تخلیه مستقیم در آب دریاها و اقیانوس‌ها، دفع می‌گردند. تخلیه فاضلاب در محیط دریا با توجه به چگالی جریان خروجی و محیط پذیرنده می‌تواند باعث ایجاد جریان‌هایی با شناوری منفی

¹ Multi-Effect Distillation

² Multi-Stage Flash Distillation

می‌توان به سه حوزه کلی آزمایشگاهی، تحلیلی و عددی دسته‌بندی نمود.

در مطالعاتی که برای توسعه انواع روش‌های انتگرالی و تحلیلی انجام گرفته‌اند، هدف پیش‌بینی رفتار جریان فاضلاب در حالات مختلف تخلیه بوده‌است. در این حوزه تاکنون مدل‌های کامپیوتری متعددی اعم از مدل CORMIX توسط (Jirka et al., 1996)، مدل Visual Plumes توسط (Baumgartner et al., 1994) و مدل JetLag توسط (Lee and Cheung, 1990) توسعه داده شده‌اند. روابط متعددی نیز بر اساس روش‌های تحلیلی (Davidson and Pun, 2000) توسعه داده شده است. بسیاری از مدل‌های تجاری موجود مانند CORMIX، VISUALPLUMES و VISJET که در سال‌های گذشته برای طراحی تخلیه‌کننده‌های دریایی مورد استفاده قرار گرفته‌اند بر اساس روش‌های انتگرالی عمل کرده و به دلیل سادگی، دقت کافی در طراحی‌های مهندسی و عدم نیاز به کامپیوترهای قوی مورد توجه قرار گرفته‌اند.

امروزه با توسعه روش‌های حل عددی و رایانه‌های قدرتمند، مدل‌های کامپیوتری متعددی نیز برای پیش‌بینی رفتار جریان‌های خروجی از تخلیه‌کننده‌های دریایی توسعه داده شده‌اند. از جمله این مدل‌های می‌توان به نرم افزارهای CFX، Fluent و Flow3D و مدل‌های متن بازی چون Openfoam اشاره کرد. این نرم‌افزارها عمدتاً با استفاده از روش احجام محدود عمل می‌کنند. در این زمینه می‌توان به مطالعات (Kheirkhah, Oliver et al., 2008)، (Ardalan and Gildeh et al., 2014)، (Zhang et al., 2016) و (Vafaei, 2019) اشاره کرد. در این مطالعات روش میانگین‌گیری رینولدز جهت حل معادلات ناویر-استوکس (RANS) و روش‌های دو معادله‌ای^۳ جهت مدل‌سازی آشفته‌گی مورد استفاده قرار گرفته‌اند.

در مطالعات آزمایشگاهی انجام گرفته در این زمینه نیز، پساب تخلیه‌شده با استفاده از مدل‌سازی فرایند تخلیه در ابعاد کوچک در مقابل سیستم‌های آشکارساز لیزری و نوری مورد مطالعه قرار گرفته‌است. (Roberts et al., 1997) با استفاده از تکنیک‌های لیزری و سنسورهای هدایت الکتریکی رفتار جت‌های مستغرق را در تخلیه با زاویه ۶۰ درجه نسبت به افق، مورد بررسی و مطالعه قرار داده‌اند (Kikkert et al., 2007). از تکنیک میرایی نور (LA^۴)

روش اسمز معکوس (RO^۱) می‌شوند. روش اسمز معکوس بر اساس عبور آب شور دریا از غشای نیمه‌تراوا، بر خلاف جریان طبیعی آب در غشاءهای اسمزی و تولید آب شیرین است که به دلیل مصرف پایین انرژی و فضای مورد نیاز کمتر، نسبت به سایر روش‌ها با اقبال بیشتری روبرو بوده‌است. امروزه در کلیه کشورهای دنیا و به‌ویژه منطقه خلیج فارس پروژه‌های متعددی برای نمک‌زدایی آب دریا در دست برنامه‌ریزی و احداث است. در ایران نیز سالیان زیادی است که بخش اعظم آب شیرین سواحل و جزایر جنوبی در خلیج فارس، از این طریق تامین می‌گردد.

در فرآیند شیرین شدن آب در آب‌شیرین‌کن‌ها، آب شیرین به عنوان محصول اصلی و مقادیر قابل توجهی از پساب‌های گرم و شور به عنوان محصول ثانویه، تولید می‌شود. پساب تولیدی در آب‌شیرین‌کن‌های اسمز معکوس، ۱/۵ تا ۲ برابر شورتر از آب ورودی و هم‌دما با آب محیط است. در صورت تخلیه نامناسب، شوری بالای این فاضلاب‌ها برای آبزیان ساکن این مناطق خطرناک بوده و سبب ایجاد اختلالات پیوسته در شبکه غذایی منطقه و تخریب دراز مدت اکوسیستم منطقه خواهد شد. بنابراین تخلیه پساب آب‌شیرین‌کن‌ها تنها از طریق استفاده از انواع تخلیه‌کننده‌های دریایی در فاصله کافی از ساحل و در میانه جریان‌های دریایی مجاز است (Abessi et al., 2012). این تخلیه‌کننده‌ها، لوله‌هایی قطور به طول چندصد متر تا چند کیلومتر هستند که در کف دریا طراحی و ساخته می‌شوند. قسمت انتهایی این تاسیسات معمولاً به یک سیستم دیفیوزر شکل متصل است که از تعداد زیادی مجرا در طرفین یا در یک جهت تشکیل شده است. (شکل ۱).



شکل ۱: نمایی کلی از تخلیه‌کننده‌های چند مجرای (دیفیوزرها) فاضلاب‌های با شناوری منفی (Abessi and Roberts, 2014)

تاکنون مطالعات متعددی برای بررسی رفتار جریان فاضلاب‌های شور در تخلیه آنها از انواع تخلیه‌کننده‌های تک و چند مجرای به صورت مستغرق انجام شده‌است. این مطالعات را

² Reynolds-averaged Navier–Stokes

³ Two equation turbulence models

⁴ Light Attenuation

¹ Reverse Osmosis

در مطالعه (Oliver et al., 2013) مشاهده شده است که در وجه داخلی جریان به دلیل اختلاط مازاد نوسانات غلظت با سرعت بیشتری مضمحل می‌گردند و تناوب جریان نسبت به وجه بالایی، کمتر است. در لبه بالایی جریان گردابه‌های بزرگ سبب تسریع فرآیند اختلاط و کشیده شدن سیال پیرامون به هسته جت شده و در نتیجه تناوب بیشتر بوده و با سرعت بیشتری افزایش پیدا می‌کند. در این پژوهش، همچنین با استفاده از برش‌های زمانی می‌توان به تغییرات زمانی و مکانی گردابه‌ها پی برد. در این مطالعه طیف انرژی برای ناحیه جت و پلوم ترسیم شده که مطابقت خوبی با قانون $5/3$ -کولموگروف نشان داده‌اند.

شناخت فیزیک جریان‌های آشفته علاوه بر اینکه می‌تواند جهت ارزیابی نتایج مدل‌سازی‌های عددی و انتگرالی مورد استفاده قرار گیرد، درک پژوهشگرها را نسبت به فرآیند اختلاط و ترقیق در انواع حالات مختلف تخلیه نیز بهبود می‌بخشد. در پژوهش حاضر فرآیند تخلیه فاضلاب‌های شور از نازل مورب 45° درجه با استفاده از تجهیزات آزمایشگاهی آشکارسازی لیزری جریان‌ات آغشته به فلورسنت، به صورت آماری مورد بررسی قرار گرفت. با استفاده از این تجهیزات، علاوه بر تعیین مشخصات هندسی و میزان غلظت جریان در هر نقطه، امکان ثبت نوسانات غلظت جریان با بازه وسیعی از فرکانس‌های ثبت داده ممکن می‌باشد. به این ترتیب علاوه بر ترسیم پروفیل‌های غلظت جریان میانگین، نمودار برش زمانی جریان با تعقیب گردابه‌ها و احجام شکل گرفته مورد مطالعه قرار گرفت. طیف انرژی جنبشی جریان آشفته معروف به قانون $5/3$ -کولموگروف که معرف نسبت میان فرکانس گردابه‌ها و انرژی جنبشی آن سطح در ناحیه اینرسیایی درونی است، استخراج و برای نقاط موجود در ناحیه جت و پلوم مورد بررسی قرار گرفت.

۲. مواد و روش‌ها

آزمایش‌های این پژوهش با استفاده از سامانه نوین اسکن لیزری سه بعدی جهت آشکارسازی جریان‌ات آغشته به فلورسنت در آزمایشگاه هیدرولیک دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل انجام گرفتند. در شکل ۲ نمایی کلی از تجهیزات آزمایشگاهی مورد استفاده در این پژوهش آورده شده است. سامانه فوق متشکل از یک تانک آب به طول $1/8$ متر، عرض $1/5$ متر و عمق 1 متر و تاسیسات هیدرولیکی مرتبط می‌باشد. بدنه تانک از شیشه نشکن

جهت مطالعه رفتار جت‌های مایل برای تخلیه فاضلاب‌های شوری آب شیرین‌کن‌های ساحلی استفاده کرده‌اند. آنها الگوی عمومی حرکت این نوع جریان‌ها را از دهانه تخلیه تا نقطه بازگشت مورد مطالعه قرار داده‌اند. (Shao and Law, 2010) با کمک تکنیک‌های لیزری به بررسی تاثیر فاصله از بستر دریا بر رفتار جریان در تخلیه فاضلاب‌های شور از تخلیه کننده‌های مایل 30° و 45° درجه در محیط‌های ساکن پرداخته‌اند (Roberts and Abessi, 2014). با مطالعه تاثیر فاصله نازل‌ها از یکدیگر در تخلیه‌کننده‌های چند مجرایی، تغییر رفتار جریان‌های خروجی را مورد مطالعه قرار داده و فاصله بهینه برای طراحی مجاری تخلیه در دیفیوزرهای تخلیه عمقی را تعیین کرده‌اند (Abessi and Roberts, 2015). با انجام مجموعه گسترده آزمایش، تخلیه فاضلاب‌های شور از تخلیه کننده‌های مایل از 15° تا 85° درجه را مورد بررسی قرار داده و نتایج خود را با مطالعات پیشین مقایسه کرده‌اند. آنها زاویه مناسب تخلیه جهت دستیابی به حداکثر اختلاط و ترقیق را به صورت مجموعه‌ای از نمودارهای بی بعد گزارش نموده‌اند.

(Papanicolaou and List, 1988) در پژوهشی، با ترکیب دو روش آزمایشگاهی سنجش داپلر لیزر^۱ (LDA) و آشکارسازی لیزری جریان‌ات آغشته به فلورسنت^۲ (LIF) و برداشت هم‌زمان سرعت و غلظت، به بررسی مشخصات جریان آشفته تخلیه‌شده در جت‌های عمودی شناور پرداخته‌اند. (Wang and Law, 2002) با استفاده از ترکیب دو روش آزمایشگاهی آشکارسازی لیزری جریان‌ات آغشته به فلورسنت به صورت دو بعدی و تعقیب ذرات و اندازه‌گیری سرعت^۳ (PTV) به صورت دیجیتال، آزمایش‌هایی برای بررسی رفتار جت با شناوری منفی در تخلیه عمودی در مجاورت سطح انجام داده‌اند. در این پژوهش، پروفیل‌های غلظت، سرعت، تنش برشی و انتقال جرم در جریان آشفته برای مقاطع عمود بر خط مسیر در ناحیه جت شکل و بخش پلوم^۴ شکل ترسیم و با هم مقایسه گردیده‌اند (Oliver et al., 2013). به کمک روش آشکارسازی لیزری جریان‌های آغشته به فلورسنت برای شبیه سازی فرآیند تخلیه در آزمایشگاه، رفتار جت‌های مورب تحت زوایای مختلف تخلیه در محیط ساکن را مورد مطالعه قرار داده و نتایج را با مشاهدات آزمایشگاهی پیشین مقایسه نموده‌اند.

¹ Laser Doppler Anemometer

² Laser-Induced Fluorescence

³ Particle Tracking Velocity

⁴ Plume

یک سیستم ریلی در قاب بالایی تانک قرار گرفته و از طریق شیلنگ و سیستم لوله‌کشی به منبع آب شور آغشته به فلورسنت متصل شده‌است. جریان فاضلاب شور از طریق پمپی با توان ۰٫۵ وات و با عبور از فلومتر تابلویی نوع ACA 05 با بدنه اکریلیک (برای کنترل دبی در محدوده $25-250 \text{ l/H}$ به سمت نازل هدایت شده و در محیطی ساکن داخل تانک تخلیه می‌شود. منبع پرتو لیزر با طول موج ۵۱۴ نانومتر در سمت چپ تانک آب قرار گرفته‌است تا بتوان صفحات لیزر در داخل تانک ایجاد نمود. این منبع تولید لیزر به منظور کنترل فرآیندهای آزمایش، همراه با یک سیستم کنترلی و دوربین دیجیتال به یک پردازشگر مرکزی متصل شده‌است. با تخلیه جریان آغشته به فلورسنت از نازل و برخورد پرتوی لیزر با آن، ماده فلورسنت طول موج خاصی از نور نارنجی از خود منتشر می‌سازد که توسط دوربین دیجیتال مجهز به فیلتر خاص با فرکانسی برابر با ۱۰۰ فریم بر ثانیه ثبت می‌شود. دوربین تصویری پردازشی انجام گرفته از نوع Mars با حداکثر توان برداشت ۳۰۰ فریم بر ثانیه و وضوح تصویر ۶۴۰ در ۴۸۰ پیکسل می‌باشد.

جریان خروجی در آزمایش مورد بررسی در این پژوهش دارای سرعت تخلیه $7/74$ سانتی متر بر ثانیه و دبی $94/6$ سانتیمتر مکعب بر ثانیه بود. طبق رابطه ۱ عدد فرود چگالی برای جریان برابر با $64/28$ محاسبه شد.

$$Fr_{d_0} = \frac{U_0}{\sqrt{g_0' d}} \quad \text{رابطه ۱}$$

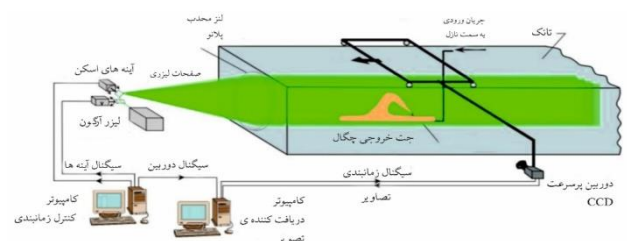
که در آن، g' شتاب کاهش یافته است و با استفاده از رابطه

$$g' = g \frac{\rho_0 - \rho_a}{\rho_a}$$

محاسبه می‌شود. در این رابطه، g شتاب جاذبه، ρ_a چگالی سیال اطراف، ρ_0 چگالی فاضلاب خروجی و $\Delta\rho = \rho_0 - \rho_a$ ، اختلاف چگالی بین سیال خروجی و آب محیط می‌باشند. برای ساختن فاضلاب مصنوعی در این آزمایش، ۳۰ گرم نمک NaCl در یک لیتر آب شیرین حل شد. ($\rho_0 = 1021 \text{ kg/m}^3$). میزان g'_0 نیز برای این فاضلاب به این ترتیب برابر با ۰٫۲۱ محاسبه شد. عدد رینولدز برای جریان خروجی از نازل در این آزمایش برابر $84/2396$ محاسبه شد که تضمین‌کننده شکل‌گیری جریان آشفته می‌باشد (Kikkert et al., 2007, Law and Shao, 2010) تصاویر پس از پیش پردازش،

ساخته شده و در قابی فلزی به ارتفاع یک متر جانمایی شده‌است. منبع لیزر سبز رنگی با طول موج ۵۱۴ نانومتر در کناره تانک قرار گرفته و همراه با سیستم کنترلی و دوربین دیجیتال به یک پردازشگر مرکزی متصل شده‌است. دوربین تصویری مورد استفاده از نوع Mars با حداکثر توان برداشت ۳۰۰ فریم بر ثانیه و وضوح تصویر ۶۴۰ در ۴۸۰ پیکسل از نوع Gray Scale می‌باشد. تصاویر برداشت شده با توسعه مجموعه از کدهای پیچیده با استفاده از نرم‌افزار NITLIF از منظر هندسی و شدت نور کالیبره شده و مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفتند. پس از تفسیر رقومی تصاویر خاکستری بدست آمده در نهایت رفتار اختلاطی و هندسی جریان قابل استخراج می‌باشد.

این سیستم نسخه توسعه یافته سیستم اسکن لیزری سه بعدی است که اولین بار توسط (Tian and Roberts, 2003) در موسسه فناوری جورجیا^۱ آمریکا ایجاد گردید و توسط (Abessi and Roberts, 2015) توسعه و ارتقا داده شد. این سیستم برای اولین بار در ایران در دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل توسعه داده شده و مورد استفاده قرار گرفت. جزئیات این روش به طور مبسوط توسط (Gungor and Roberts, 2009) تشریح شده‌است.



شکل ۲: نمای کلی از سامانه اسکن لیزری سه بعدی جهت آشکارسازی جریان‌ات آغشته به فلورسنت (Roberts and Abessi, 2014)

برای شبیه‌سازی رفتار جت فاضلاب سنگین که حاصل انحلال نمک طعام و رودامین 6G در آب شیرین بوده‌است، از یک نازل مایل به قطر $3/3$ میلیمتر با زاویه ۴۵ درجه نسبت به افق استفاده شد. تانک این آزمایش طولی برابر با $1/8$ متر، عرضی برابر با $1/5$ متر و عمقی برابر با ۱ متر دارد و به دلیل آنکه با ورود فاضلاب هر بار مشخصات سیال پذیرنده تغییر چشمگیری پیدا می‌کند، برای هر آزمایش تانک از آب تازه پر شده و دی کلره می‌شود. پمپی ۳۶۰ واتی و لوله‌های انتقال آب امکان پر و خالی نمودن تانک آزمایش را در زمان کوتاهی فراهم می‌ساختند. نازل بر روی

¹ Georgia Institute of Technology

شناوری منفی سیال تمایل دارند از مرکز جت دور شوند. بسته‌های کوچک فرار کرده از جریان اصلی، منبع بزرگی برای ایجاد آشفتگی در وجه پایینی جریان به حساب می‌آیند. در این وجه، نیروی اختلاطی جت به قوت وجه بیرونی می‌ماند اما تفاوت در چگالی و نیروی شناوری بر آن غالب می‌شود.

۳-۱ آنالیز ابعادی

جریان جت آشفته تخلیه شده از نازلی با قطر d و زاویه θ نسبت به افق، از نظر ابعادی به تفصیل توسط (Fischer et al., 2013) مورد بررسی و تحلیل قرار گرفته‌است. در این جریان اگر سرعت خروج سیال u و چگالی آن ρ_0 و چگالی سیال پیرامونی ρ_a در نظر گرفته شود، جریان را می‌توان تنها با استفاده از زاویه تخلیه θ ، شار حجمی $(Q = uA = \frac{\pi}{4}d^2u)$ ، شار ممتوم $(M = uQ)$ و شار شناوری $(B = g'Q)$ به عنوان پارامترهای اصلی تاثیرگذار مورد بررسی قرار داد. کمیت‌های ذکر شده، پارامترهای مستقل هستند و همانطور که در رابطه ۲ آمده‌است، سایر پارامترهای جریان (φ) تابعی از ترکیب آنها می‌باشند.

$$\varphi = f(Q, M, B, \theta) \quad \text{رابطه ۲}$$

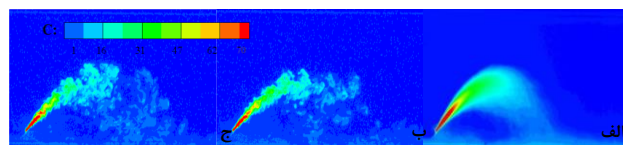
با کمک تحلیل‌های ابعادی و ترکیب شارهای شناوری و مومنتم، کمیت L_M با بعد طول، با استفاده از رابطه ۳، قابل محاسبه است. L_M بیانگر فاصله‌ای است که در آن انتقال از ناحیه غلبه مومنتم (رفتار جت مانند) به ناحیه غلبه شناوری (رفتار پلوم شکل) اتفاق می‌افتد. در فاصله $x \ll L_M$ رفتار جریان توسط مومنتم جریان خروجی کنترل می‌شود و در محدوده $x \gg L_M$ شناوری سیال است که تعیین کننده رفتار جریان می‌باشد. مقیاس طولی L_M به این ترتیب در بردارنده کمیت‌های اصلی لازم در تحلیل و بی‌بعدسازی جریان‌های آشفته است. L_M طبق رابطه زیر در واقع برابر با dFr می‌باشد که در تحلیل‌های ابعادی برای بی‌بعدسازی کمیت‌هایی با بعد طول مورد استفاده قرار می‌گیرد.

$$L_M = \frac{M^{3/4}}{B^{1/2}} = \left(\frac{\pi}{4}\right)^{1/4} dFr \quad \text{رابطه ۳}$$

پردازش و کالیبراسیون نهایی توسط برنامه توسعه داده‌شده، به فرمت ASCII تغییر شکل داده‌شده و با استفاده از نرم‌افزار MATLAB مورد تحلیل و تفسیر قرار گرفتند.

۳. نتایج و بحث

در شکل ۳ تغییرات جت تخلیه‌شده در طول زمان برای آزمایش نشان داده شده‌است. رنگ‌های ترسیمی تغییرات غلظت فلورسنت در امتداد مسیر جریان را نشان می‌دهند. این شکل با استفاده از نرم‌افزار تک پلات ترسیم شده‌است. رنگ‌های بکار رفته در آن تصویر سازی در طیف رنگین کمانی برای اعداد محاسبه شده برای غلظت می‌باشد. در ناحیه مرکزی جت که در نزدیکی نازل تخلیه واقع شده‌است، برای غلظت‌های بالا طیف رنگی قرمز مشاهده می‌شود و با دور شدن از نازل تخلیه با کاهش غلظت و افزایش ترقیق جریان، رنگ‌ها در طیف رنگین کمانی به سمت زرد و سپس به سبز و آبی متمایل می‌گردد.



شکل ۳: تغییرات غلظت تریسر فلورسنت (mg/lit) در جریان آشفته فاضلاب تخلیه شده در طول زمان الف) ۳۰ ثانیه از شروع تخلیه ب) ۵۰ ثانیه ج) تصویر میانگین زمانی آزمایش

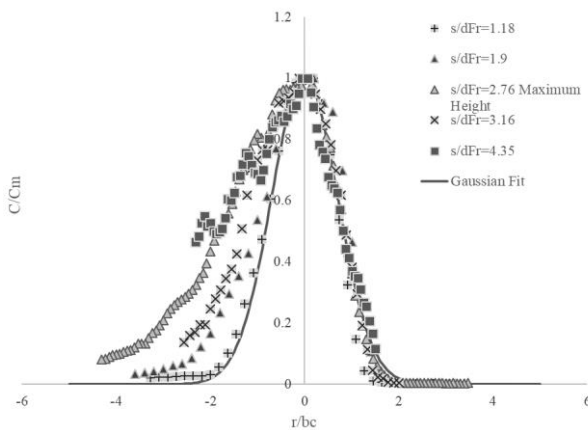
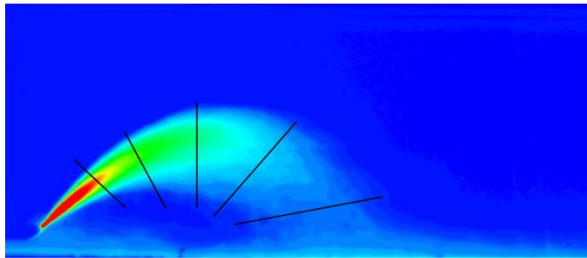
همانطور که در شکل ۳ الف مشاهده می‌شود، جریان تا نقطه ماکزیمم ارتفاع را می‌توان به عنوان ناحیه جت شکل (ناحیه‌ای با حاکمیت ممتوم اولیه) در نظر گرفت. این ناحیه با میزان بالای سرعت، تناوب کم و انحراف ناچیز در خط مسیر جریان تعریف می‌شود. در امتداد این ناحیه لبه بیرونی جریان نسبت به لبه درونی، تیزتر و قابل تعریف‌تر است. در این محدوده اگر بسته‌های سیال از جت تخلیه شده جدا شوند، به وسیله شار اختلاطی^۱ و نیز به دلیل شناوری منفی فاضلاب به مسیر اصلی جت باز می‌گردند. در مقابل، به جز بخش کوچکی در نزدیکی منبع تخلیه، لبه پایینی متمایل به ناپایداری، پراکندگی و تعریف ناپذیری است. بسته‌های سیال جدا شده در این بخش، بطور پیوسته تحت تاثیر

¹ Entrainment flux

۲-۳ پروفیل‌های غلظت خودهمسان

افزایش می‌یابد. این عدم تقارن حاصل ناپایداری ناشی از شناوری منفی^۱ فاضلاب خروجی است.

در ناحیه جت شکل به ویژه در مناطق نزدیک به منبع تخلیه، پروفیل‌های غلظت در لبه پایینی مطابقت مناسبی با برازش گوسی نشان می‌دهند اما با نزدیک شدن به قسمت پلوم شکل، این تطابق به تدریج از بین می‌رود.



شکل ۴. الف) مقاطع عمود بر خط مسیر در فواصل مختلف از منبع تخلیه ب) پروفیل‌های غلظت در مقاطع عمود بر خط مسیر نشان داده شده در شکل الف ۴

۳-۳ مقطع زمانی

برش زمانی از رفتار نوسانی جریان آشفته در تخلیه مورب فاضلاب‌های شور و سنگین در مقطع عمودی که از نقطه ماکزیمم ارتفاع می‌گذرد در شکل ۵ آورده شده است. پیش از این نیز، برش‌های زمانی برای نقطه ماکزیمم جت‌های مورب سنگین توسط (Papanicolaou and List, 1988) و (Oliver et al., 2013) ترسیم شده و مورد تحلیل قرار گرفته بود. محور افقی نمودار شکل ۵ فاصله قائم بی‌بعد شده از تراز تخلیه و محور عمودی زمان طی شده از شروع آزمایش را نشان می‌دهد. نقطه صفر در

در شکل ۴ ب) پروفیل‌های غلظت متوسط‌گیری شده در زمان، برای ۵ مقطع عمود بر خط مرکزی جریان در فواصل مختلف از منبع تخلیه ترسیم شده‌اند. این مقاطع در شکل ۴ الف، در تصویر میانگین زمانی غلظت‌ها نشان داده شده‌اند. با توجه به منحنی برازش داده شده می‌توان مشاهده کرد که مقادیر غلظت در این مقاطع از الگوی توزیع گوسی تبعیت می‌کنند. توزیع گوسی را می‌توان با استفاده از رابطه ۴ تعریف نمود:

$$\frac{C}{C_m} = e^{\frac{-(r-r_0)^2}{b_c^2}} \quad \text{رابطه ۴}$$

در محور عمودی شکل ۴، غلظت هر نقطه از جریان نسبت به غلظت ماکزیمم (C/C_m) بی‌بعد شده است. در این محور، C غلظت در هر نقطه و C_m حداکثر مقدار غلظت موجود در مقطع مورد بررسی می‌باشد.

در محور افقی طبق تعریف، فاصله شعاعی هر نقطه از مرکز جریان (r) ، با تقسیم بر فاصله شعاعی متناظر با نقطه‌ای با غلظت برابر با $1/e = 37\%$ غلظت ماکزیمم (b_c) بی‌بعد شده است (Abessi and Roberts, 2015). همچنین، متغیر S فاصله مقطع مورد نظر تا دهانه نازل در امتداد خط مرکزی جریان بوده که نسبت به حاصلضرب قطر نازل d ، در عدد فرود چگالی آزمایش Fr بی‌بعد شده است.

مقادیر مثبت r در محور افقی وجه بالایی و مقادیر منفی آن وجه درونی جت تخلیه شده را نشان می‌دهند. خط سیاه ترسیم شده در شکل ۴ تابع توزیع نرمال گوسی را نشان می‌دهد. همانطور که دیده می‌شود، خودهمسانی جریان باعث انطباق پروفیل‌های مقاطع مختلف بر هم شده که یک روند عمومی از تغییرات غلظت جریان را در امتداد جت را نشان می‌دهد.

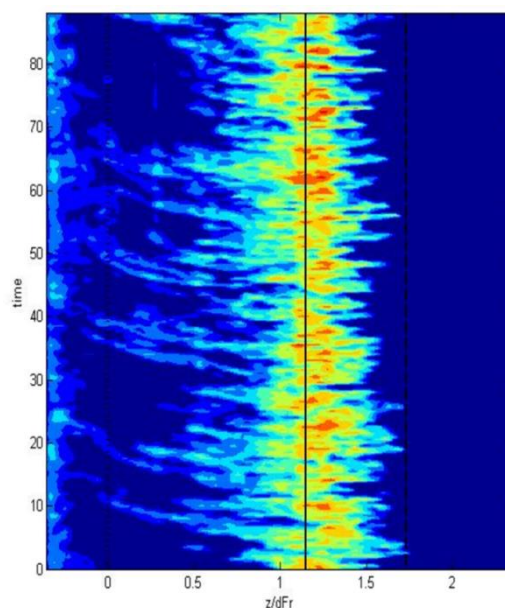
شکل ۴ در تطابق با پژوهش‌های پیشین اعم از (Kikkert et al., 2007) (Oliver et al., 2013) و (Shao and Law, 2010) است. عدم تقارن پروفیل‌های غلظت و عدم تطابق با برازش گوسی بالاخص در وجه پایینی ناحیه پلوم شکل کاملاً مشهود است. میزان عدم تقارن با فاصله گرفتن از منبع تخلیه به شدت

¹ Buoyancy-driven Instability

صورتی که در مناطقی مانند نواحی سمت راست خط چین که تنها سیال پیرامونی وجود داشته و پسایی موجود نیست، تنها رنگ آبی تیره دیده می‌شود. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که در نقطه ماکزیمم ارتفاع، با وجود تغییرات غلظت، پساب همواره غلظت قابل توجهی داشته و هیچگاه به صفر نمی‌رسد. این تناوب اندک از مشخصات بخش جت شکل می‌باشد. علاوه بر این شکل، با اشاره به شکل ۳- الف و ب نیز می‌توان مشاهده نمود که پیش از رسیدن جریان تخلیه شده به نقطه ماکزیمم (رژیم جت شکل) نفوذ سیال پیرامونی به نواحی مرکزی پساب تخلیه شده، دیده نمی‌شود. اما با افزایش فاصله از منبع تخلیه و ورود سیال محیط به داخل جریان در محدوده پلوم شکل، گردابه‌ها رفته رفته راه خود را به درون جریان پیدا کرده و نواحی زیادی بدون حضور پساب مشاهده می‌شود. در واقع با دور شدن از ناحیه جت شکل، خلاءهای شکل گرفته از حضور فلورسنت در جریان، افزایش می‌یابند. در شکل ۵، خط چین عمودی رسم شده در سمت راست خط توپر، نشان‌دهنده ارتفاع لبه بالایی جریان است که با استخراج نقطه‌ای با ۳٪ غلظت نقطه ماکزیمم بدست آمده است (Shao and Law, 2010). با حرکت به سمت راست، (لبه بیرونی) اندازه بسته‌های سیال نیز متفاوت می‌شوند. این تفاوت اندازه در اندازه عرض نوارها مشهود است.

نوارهای عریض که در واقع نشان‌دهنده گردابه‌ها یا بسته‌های بزرگ‌تر هستند، زمان بیشتری برای گذر خود از یک مقطع زمانی صرف می‌کنند. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که این نوع بسته‌های سیال دارای تناوب کمتری بوده و گردابه‌های مربوط به آنها فرکانس کمتری خواهند داشت. شیب نوارها در لبه بیرونی، در اثر افزایش نیروی برشی جریان بر سیال آرام اطراف است که سبب کاهش سرعت گردابه‌ها می‌شود. برای سیال اطراف مرز بالایی، گردابه‌های بزرگ همواره در حال ساییده شدن به مرزها بوده و بنابراین تحت تاثیر نیروی برشی موجود دائما کند شده و کشیده می‌شوند. وجود خلاهای زیاد در شکل ۵ در واقع گواه اختلاط شدید سیال پیرامون با جریان خروجی می‌باشد. همانطور که اشاره شد خط نقطه‌چین سمت چپ خط ممتد در شکل شماره ۵ موقعیت دهانه نازل تخلیه را نشان می‌دهد. پیش از رسیدن به $z/dFr = 1$ بیشتر نوارها مانند نقطه ماکزیمم افقی بوده و نشانی از حرکت قائم ندارند. بعد از این نقطه است که می‌توان نشانه‌هایی از حرکت عمودی در جریان مشاهده نمود. به نظر می‌رسد که اکثر نوارهای شیب دار این قسمت دارای زاویه

این محور تراز نازل تخلیه را نشان می‌دهد. اعداد محور افقی این شکل نمایانگر نقاط بالاتر و پایین تر از تراز دهانه تخلیه هستند. نقطه چین، خط توپر و خط چین به ترتیب نشان دهنده تراز تخلیه، تراز ماکزیمم ارتفاع خط مسیر جریان تخلیه شده و تراز ماکزیمم ارتفاع لبه بالایی جریان هستند. با توجه به اینکه در محور عمودی زمان از پایین به بالا افزایش می‌یابد با تعقیب یک خط فرضی قطری از گوشه سمت چپ پایینی شکل ۵ به سمت گوشه سمت راست بالایی آن، می‌توان تغییرات هر گردابه یا حجم موجود در جریان را تعقیب کرد.



شکل ۵: مقطع زمانی در برش عمودی موجود روی فاصله افقی نقطه ماکزیمم ارتفاع تا منبع تخلیه

همانطور که در تصویر ۵ مشاهده می‌شود جریان در حوالی نقطه $z/dFr = 1.15$ به ماکزیمم ارتفاع خود می‌رسد. سیال عبور کرده از این برش خطی، به صورت نوارهای باریک به هم چسبیده‌ای به نظر رسیده و مورب نیستند. با توجه به این فرض که جریان سیال در نقطه ماکزیمم ارتفاع، تنها دارای سرعت افقی می‌باشد، عدم زاویه دار بودن نوارهای مذکور را می‌توان منطبق با واقعیت دانست. همچنین، در این نقطه تناوب بسیار اندک است و به نظر می‌رسد که سیال دائما در حال عبور از این مقطع است. گرچه غلظت در این نقطه نوسان داشته و کم و زیاد می‌شود، اما همواره وجود داشته و هیچگاه به صفر نمی‌رسد. در واقع، رنگ‌های به کار رفته شامل زرد، قرمز و آبی روشن حضور همیشگی فاضلاب خروجی در مرکز جریان را نشان می‌دهند. در

از بازه آن کار دشواری خواهد بود. روندی مشابه آنچه ذکر گردید برای شکل ۶ ب و ج نیز قابل تشخیص است. افزایش فرکانس گردابه‌ها معرف کاهش زمان تناوب و کوچک‌تر شدن آنها است. با افزایش فرکانس در جریان آشفته، اتلاف انرژی آشفته‌گی افزایش یافته و انرژی بسته‌های جریان کم‌تر می‌شود. مطابق با آبشار انرژی، هر گردابه انرژی خود را از گردابه مادری خود کسب کرد و با اتلاف بخش ناچیزی از آن، این انرژی را به گردابه‌های فرزند انتقال می‌دهند. این روند تا جایی ادامه پیدا می‌کند که در گردابه‌هایی با مقیاس کولموگروف انرژی جنبشی جریان آشفته تماما مضمحل شده و به انرژی گرمایی تبدیل می‌شود. در واقع گردابه‌های مادری را می‌توان گردابه‌های بزرگی دانست که دارای زمان تناوب بیشتر و فرکانس چرخش اندکی هستند. با تقسیم شدن این نوع گردابه‌ها به گردابه‌های فرزندی که کوچکتر بوده و زمان تناوب کمتر و فرکانس بیشتری دارند، انرژی نیز مطابق با الگوی ذکر شده در آبشار انرژی کاهش یافته و به انرژی گرمایی تبدیل می‌شود. در هر سه طیف انرژی ترسیم شده، میزان انرژی برای گردابه‌هایی با اندازه بزرگ‌تر از مقیاس انتگرالی به مقدار ثابتی می‌رسد. بنابراین به نظر می‌رسد می‌توان این مقدار را معیار خوبی برای تشخیص مقیاس زمانی^۲ در نظر گرفت. این مقیاس معرف بزرگ‌ترین زمانی است که در یک جریان آشفته می‌توان پارامترهای آشفته‌گی را بررسی کرد. با توجه به بازه زمانی نسبتا طولانی مربوط به گردابه‌های دارای بیشترین انرژی، می‌توان گفت که مقیاس زمانی (دوره تناوب گردابه‌هایی با بیشترین اندازه) دارای بازه به نسبت گسترده‌ای است.

۴. نتیجه‌گیری

در این مقاله پروفیل‌هایی غلظت میانگین برای مقاطع عمود بر مسیر جریان در فواصل مختلف از منبع تخلیه با زاویه ۴۵ درجه نسبت به افق ترسیم شد. شکل عمومی نمودارهای غلظت نمایانگر آن است که مقادیر غلظت برای بخش جت شکل کاملا بر توزیع گوسی منطبق هستند. در حالی که پس از آنکه فاصله مقاطع نسبت به منبع تخلیه از مقدار $s/dFr = 2.76$ بیشتر می‌شود، با وجود آنکه مقادیر غلظت در لبه خارجی همچنان از توزیع گوسی تبعیت می‌کنند، این مقادیر در وجه درونی به دلیل

نسبتا برابری هستند. این امر را می‌توان حاکی از سرعت برابر بسته‌های سیال در وجه پایینی جریان و در تراز زیر خط مرکزی جریان دانست. با دور شدن از خط مسیر در لبه درونی، تناوب به شدت افزایش یافته به گونه‌ای که بخش زیادی از جریان در این محدوده از نقاطی با غلظت صفر تشکیل شده است.

۳-۴ طیف انرژی جنبشی جریان آشفته

مطالعات کولموگروف نشان داده است که تغییرات انرژی نبشی در جریانهای آشفته متناسب با توان $5/3$ - فرکانس گردابه‌ها تغییر می‌کند. طیف‌های انرژی با استفاده از مقادیر نوسانات غلظت، پیش از این توسط پژوهشگرانی همچون (Papanicolaou and List, 1988) و (Oliver, 2012) ترسیم شده‌اند. این طیف‌ها برای ناحیه اینرسیایی میانی به خوبی از قانون $5/3$ - کولموگروف پیروی می‌کنند. در پژوهش پیش‌رو با توجه به داده‌های روش آشکارسازی لیزری جریانات آغشته به فلورسنت، نوسانات میزان غلظت جت مایل برداشت و طیف‌های انرژی برای نقاط مختلف با کمک تبدیل فوریه سریع گسسته ترسیم گردیده است. در ادامه در شکل ۶ طیف‌های انرژی جریان آشفته ناشی از تخلیه جت برای سه نقطه متفاوت که روی خط مرکزی جریان واقع شده‌اند ترسیم شده است. فاصله این نقاط از منبع تخلیه به ترتیب برابر با $s = 0.5s_m$ ، $s = s_m$ و $s = 1.5s_m$ است. به این ترتیب نقطه اول در محدوده جت شکل، نقطه دوم در موقعیت ماکزیمم ارتفاع و نقطه سوم در ناحیه پلوم شکل واقع شده‌اند. خط ممتد رسم شده نیز نمایانگر برازشی با شیب $5/3$ - می‌باشد. در شکل ۶-الف برای نقاط واقع در محدوده جت شکل، بیشترین انرژی متناظر با فرکانس‌های 0.3 تا 0.5 می‌باشد. این فرکانس‌ها که به ترتیب معادل دوره تناوب ۳۳ تا ۲ ثانیه هستند، بیانگر مقیاس زمانی ایجاد و چرخش بزرگترین گردابه‌های جریان در این محدوده است. در جریان‌های آشفته اندازه این گردابه‌ها مقیاس انتگرالی^۱ جریان نامیده می‌شود.

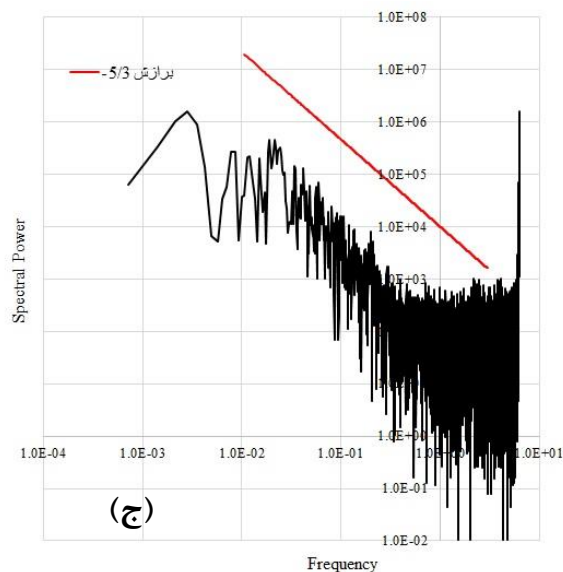
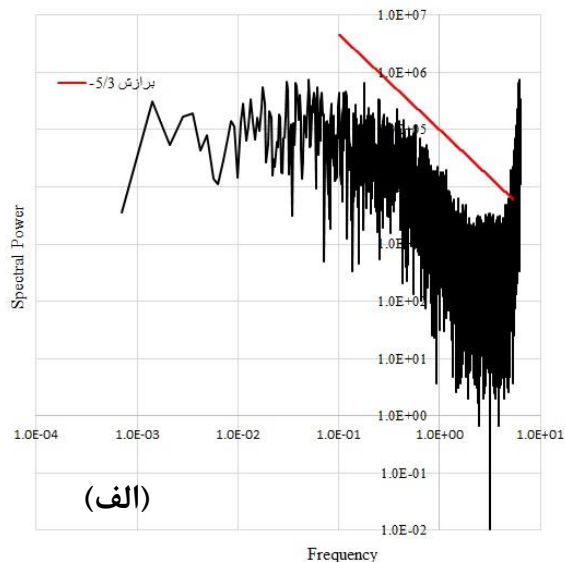
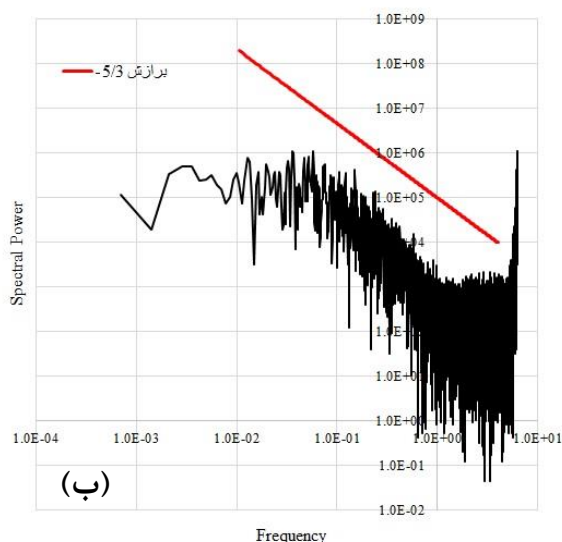
در واقع این گردابه‌ها هستند که به دلیل نیروی برشی ایجاد شده انرژی را از جریان میانگین گرفته و به گردابه‌های کوچکتر از خود انتقال می‌دهند. این بازه فرکانسی که معرف بزرگترین گردابه‌های جریان است، بطور ناگهانی قطع نمی‌شوند لذا تعیین میزان دقیقی

² Time Scale

¹ Integral Scale

ترسیم مقطع زمانی در نقطه ماکزیمم، امکان تعقیب احجام و گردابه‌های شکل گرفته در جریان آشفته در طول زمان و مکان امکان‌پذیر شد.

ناپایداری ناشی از شناوری از توزیع گوسی فاصله می‌گیرند. عدم تقارن ذکر شده در میان ۵ مقطع انتخاب شده، برای نیمی از پروفیل‌های این مقاطع مشاهده می‌شود. در پژوهش حاضر با



شکل ۶: طیف انرژی برای نقاط الف) جت $s = 0.5s_m$ ب) ماکزیمم ارتفاع $s = s_m$ ج) پلوم $s = 1.5s_m$

باعث افزایش تناوب در خط مرکزی جریان و شکل‌گیری بسته‌های گسسته در مقطع زمانی خواهد شد.

با برداشت میزان نوسانات غلظت در دامنه زمانی و اعمال تبدیل فوریه سریع، طیف‌های انرژی برای دامنه فرکانسی ترسیم شد. طیف‌های انرژی در بازه فرکانسی 1×10^{-3} تا 10 رسم شدند و انرژی مقادیری بین 1×10^{-2} تا 1×10^6 را به خود اختصاص داده است. همانطور که پیش از این توسط کولموگروف پیش‌بینی

با توجه به مقطع زمانی رسم شده در نقطه موجود روی خط مسیر، حضور همیشگی سیال در مرکز جریان قابل رویت بوده که بیانگر رفتار جت شکل جریان می‌باشد. ورود بسته‌های سیال به داخل بدنه جریان محدوده‌ای تحت عنوان ناحیه پلوم شکل ایجاد خواهد نمود که در آن میزان اختلاط و ترقیق حداکثر بوده و حضور بسته‌های سیال در مرکز جریان بیشتر است. این موضوع

- Branch.
- Davidson, M.; Pun, K.L., 2000. Locating discharge trajectories in still and moving ambient fluids. *Journal of hydraulic engineering*, 126: 513-524.
[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(2000\)126:7\(513\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(2000)126:7(513))
- Fischer, H.B.; List, J.E.; Koh, C.R.; Imberger, J.; Brooks, N.H., 2013. *Mixing in inland and coastal waters*. Elsevier.
- Gungor, E.; Roberts, P.J., 2009. Experimental studies on vertical dense jets in a flowing current. *Journal of Hydraulic Engineering*, 135: 935-948.
[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0000106](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0000106)
- Jirka, G.H.; Doneker, R.L.; Hinton, S.W., 1996. User's manual for cormix: A hydrodynamic mixing zone model and decision support system for pollutant discharges into surface waters. US Environmental Protection Agency, Office of Science and Technology.
- Kheirkhah Gildeh, H.; Mohammadian, A.; Nistor, I.; Qiblawey, H., 2014. Numerical modeling of turbulent buoyant wall jets in stationary ambient water. *Journal of hydraulic engineering*, 140: 04014012.
[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0000871](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0000871)
- Kikkert, G.A.; Davidson, M.; Nokes, R., 2007. Inclined negatively buoyant discharges. *Journal of Hydraulic Engineering*, 133: 545-554.
[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(2007\)133:5\(545\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(2007)133:5(545))
- Lee, J.H.; Cheung, V., 1990. Generalized lagrangian model for buoyant jets in current. *Journal of environmental engineering*, 116: 1085-1106.
[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9372\(1990\)116:6\(1085\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9372(1990)116:6(1085))
- Oliver, C., 2012. Near field mixing of negatively buoyant jets, University of Canterbury.
- شده‌است، برای ناحیه اینرسیایی میانی در حالت لگاریتمی، نسبت کاهش میزان انرژی جریان آشفته با افزایش فرکانس گردابه‌ها برابر با $5/3$ - است که مطابقت خوبی با نتایج پژوهش‌های پیشین نشان داد.
- در ناحیه ابتدایی طیف و فرکانس‌های کوچک، بسته‌های بزرگ جریان در مقیاس انتگرالی، با دوره تناوبی بیشتر از ۲ ثانیه شکل می‌گیرند. در حالیکه برای گردابه‌های کوچکتر در محدود کولموگروف فرکانس‌ها بسیار بزرگتر و تناوب کوچکتر از $0/5$ ثانیه مشاهده شد. در محدوده اینرسیال میانی نیز مشاهده می‌شود که هر چه از ابتدای تخلیه به سمت انتهای آن پیش می‌رویم، شیب نمودار بیشتر و اضمحلال انرژی در تبدیل گردابه‌های بزرگ به کوچکتر با سرعت بیشتری انجام می‌گیرد.

منابع

- Abessi, O.; Roberts, P.J., 2014. Multiport diffusers for dense discharges. *Journal of Hydraulic Engineering*, 140: 04014032.
[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0000882](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0000882)
- Abessi, O.; Roberts, P.J., 2015. Effect of nozzle orientation on dense jets in stagnant environments. *Journal of Hydraulic Engineering*, 141: 06015009.
[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HY.1943-7900.0001032](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0001032)
- Abessi, O.; Saeedi, M.; Bleninger, T.; Davidson, M., 2012. Surface discharge of negatively buoyant effluent in unstratified stagnant water. *Journal of hydro-environment research*, 6: 181-193.
<https://doi.org/10.1016/j.jher.2012.05.004>
- Ardalan, H.; Vafaei, F., 2019. Cfd and experimental study of 45° inclined thermal-saline reversible buoyant jets in stationary ambient. *Environmental Processes*: 1-21.
<https://doi.org/10.1007/s40710-019-00356-z>
- Baumgartner, D.J.; Frick, W.; Roberts, P.J.W., 1994. Dilution models for effluent discharges. US Environmental Protection Agency, Pacific Ecosystems

- 123: 693-699.
[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(1997\)123:8\(693\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(1997)123:8(693))
- Shao, D.; Law, A.W.-K., 2010. Mixing and boundary interactions of 30 and 45 inclined dense jets. *Environmental fluid mechanics*, 10: 521-553.
<https://doi.org/10.1007/s10652-010-9171-2>
- Tian, X.; Roberts, P.J., 2003. A 3d lif system for turbulent buoyant jet flows. *Experiments in Fluids*, 35: 636-647.
<https://doi.org/10.1007/s00348-003-0714-x>
- Wang, H.; Law, A.W.-k., 2002. Second-order integral model for a round turbulent buoyant jet. *Journal of Fluid Mechanics*, 459: 397-428.
<https://doi.org/10.1017/S0022112002008157>
- Zhang, S.; Jiang, B.; Law, A.W.-K.; Zhao, B., 2016. Large eddy simulations of 45 inclined dense jets. *Environmental Fluid Mechanics*, 16: 101-121.
<https://doi.org/10.1007/s10652-015-9415-2>
- Oliver, C.; Davidson, M.; Nokes, R., 2008. K-ε predictions of the initial mixing of desalination discharges. *Environmental Fluid Mechanics*, 8: 617.
<https://doi.org/10.1007/s10652-008-9108-1>
- Oliver, C.; Davidson, M.; Nokes, R., 2013. Removing the boundary influence on negatively buoyant jets. *Environmental fluid mechanics*, 13: 625-648.
<https://doi.org/10.1007/s10652-013-9278-3>
- Papanicolaou, P.N.; List, E.J., 1988. Investigations of round vertical turbulent buoyant jets. *Journal of Fluid Mechanics*, 195: 341-391.
<https://doi.org/10.1017/S0022112088002447>
- Roberts, P.J.; Abessi, O., 2014. Optimization of desalination diffusers using three-dimensional laser-induced fluorescence. Agreement Number R11 AC81, 535.
- Roberts, P.J.; Ferrier, A.; Daviero, G., 1997. Mixing in inclined dense jets. *Journal of Hydraulic Engineering*,